Informatik Q3 Abels

Kellerautomat

Übung 1

Erstelle einen Automaten, der die vereinfachte Klammersprache akzeptiert:

$$\boldsymbol{L} = \{(\,), ((\,)), \left(((\,))\right), \ldots\}$$

<u>Tipp</u>: Betrachte analog

$$\boldsymbol{L_{ab}} = \{\boldsymbol{a^n b^n} | \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}^+\}$$

Übung 1

UNMÖGLICH!

Die Sprache $\boldsymbol{L_{ab} = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}^+\}}$ kann nicht von einem endlichen Automaten erkannt werden. Sie ist also nicht regulär.

Wir brauchen so etwas wie einen Keller, in den wir Elemente speichern und entfernen können.

$\Rightarrow$ Kellerautomat

Kellerautomat

Definition

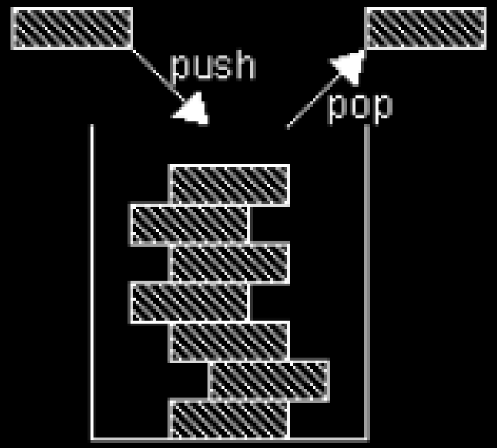
Ein nichtdeterministischer Kellerautomat (KA) wird durch ein 7-Tupel $\boldsymbol{KA} = (\boldsymbol{Z}, \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\Gamma}, \boldsymbol{z_0}, \#, \boldsymbol{Z_E}, \boldsymbol{\delta})$ definiert.

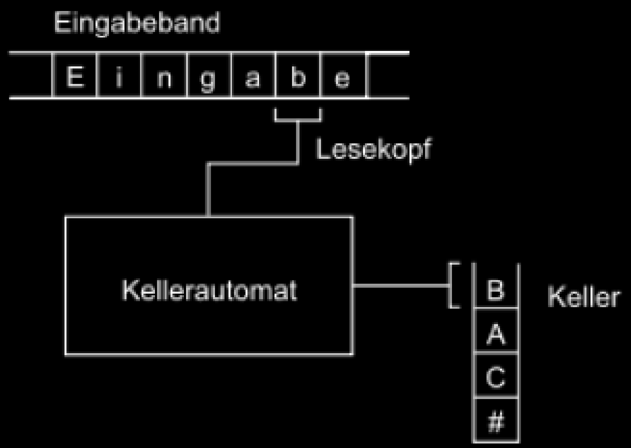
- $\boldsymbol{Z}$ ist eine nichtleere endliche Menge – die Zustandsmenge.
- $\boldsymbol{\Sigma}$ ist eine nichtleere endliche Menge – das Eingabealphabet.
- $\boldsymbol{\Gamma}$ ist eine nichtleere endliche Menge – das Kelleralphabet.
- $\boldsymbol{z_0} \in \boldsymbol{Z}$ ist der Anfangszustand.
- $\# \in \boldsymbol{\Gamma}$ ist das Kellervorbelegungszeichen.
- $\boldsymbol{Z_E}$ ist die Menge der Endzustände mit $\boldsymbol{Z_E} \subset \boldsymbol{Z}$.
- $\boldsymbol{\delta}: \boldsymbol{Z} \times (\boldsymbol{\Sigma} \cup \{\boldsymbol{\epsilon}\}) \times \boldsymbol{\Gamma} \rightarrow (\boldsymbol{Z} \times \boldsymbol{\Gamma}^*)^*$ ist die Zustandsübergangsabbildung, die ausgehend von aktuellen Zustand, vom Kellerzeichen und vom Eingabezeichen in einen (oder mehrere) neue Zustände unter Ausführung einer Kelleroperation führt.

Ein Wort, für das es eine Möglichkeit gibt, den Automaten vom Start- in einen Endzustand zu überführen, sodass der Keller am Ende leer ist, gilt als akzeptert.

Kellerautomat

Funktionsweise





Speichereinheit

- LIFO = “Last in – First out”
- Der Kellerspeicher ist unendlich groß
- Ein leerer Keller enthält immer das Symbol **#**

Steuereinheit und Eingabeband

- Push: Schreiben von Zeichen an die oberste Stelle des Kellers
- Pop: Zerstörendes Lesen des obersten Kellerzeichens
- Nop: Keine Kelleroperation

Kellerautomat

Beispiel: $\boldsymbol{L_{ab}} = \{\boldsymbol{a^n b^n} | \boldsymbol{n} \in \mathbb{N}^+\}$

$$\boldsymbol{KA = (Z, \Sigma, \Gamma, z_0, \#, Z_E, \delta)}$$

$$\boldsymbol{Z = \{q_0, q_1, q_2\}}$$

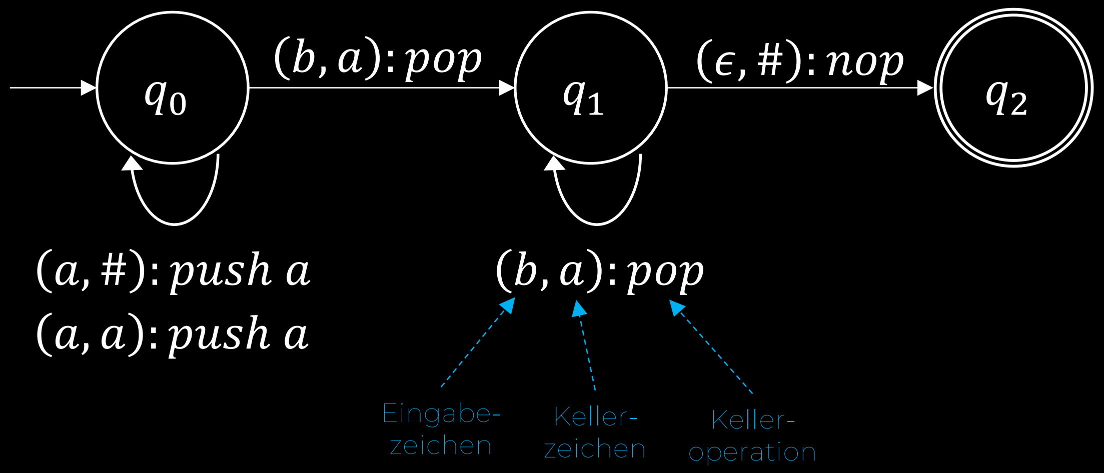
$$\boldsymbol{\Sigma = \{a, b\}}$$

$$\boldsymbol{\Gamma = \{\#, a\}}$$

$$\boldsymbol{z_0 = q_0}$$

$$\boldsymbol{Z_E = q_0}$$

$\boldsymbol{\delta}$:



$\boldsymbol{\delta}$:

Zustand	Eingabe	Kellerzeichen	→	neuer Zustand	Operation	
q0	a	#	→	q0	push	a
q0	a	a	→	q0	push	a
q0	b	a	→	q1	pop	
q1	b	a	→	q1	pop	
q1	ε	#	→	q2	nop	

Satz

kontextfreie Sprache

Die Menge der Sprachen, die ein Kellerautomat erkennt, ist gleich der Menge der Sprachen, die durch eine kontextfreie Grammatik erzeugt werden können.

Übung 2

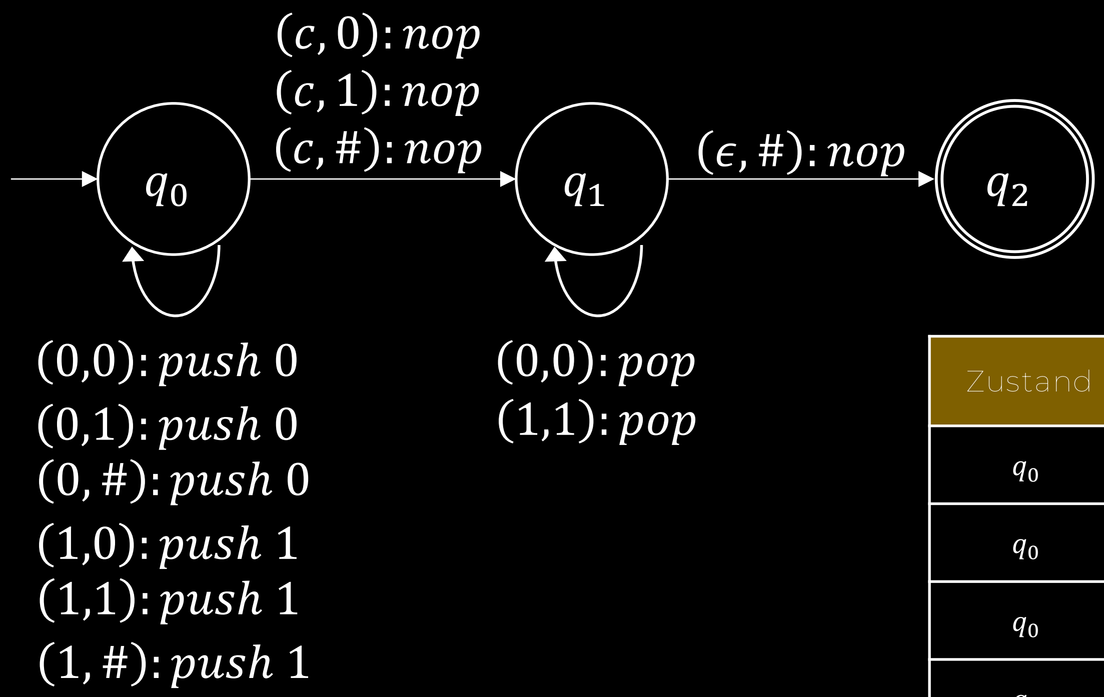
Konstruiere einen Kellerautomaten zur folgenden Sprache:

$$\boldsymbol{L = \{\omega \in \{0, 1, c\}^* \middle| \omega = vcv^R, v \in \{0, 1\}^*\}}$$

Dabei ist $\boldsymbol{v^R}$ das Wort $\boldsymbol{v}$ rückwärts gelesen.

Gib den Automaten mit Überführungstabelle und Graphen an.

Übung 2



Zustand	Eingabe	Keller-zeichen	→	Neuer Zustand	Kelleroperation	
q_0	0	$0,1,\#$	→	q_0	$push$	0
q_0	1	$0,1,\#$	→	q_0	$push$	1
q_0	c	$0,1,\#$	→	q_1	nop	
q_1	0	0	→	q_1	pop	
q_1	1	1	→	q_1	pop	
q_1	ϵ	$\#$	→	q_2	nop	

Tagebucheintrag

Kellerautomat

Wochenübung

Konstruiere einen Kellerautomaten zur folgenden Sprache:

$$\boldsymbol{L = \{\omega \in \{a, b\}^* | \#a = \#b\}}$$

Dabei ist $\boldsymbol{v^R}$ das Wort $\boldsymbol{v}$ rückwärts gelesen.

Gib eine Überführungstabelle an und zeichne den Graphen.