Informatik Q4 Abels

Boolesche Algebra:

Logische Grundschaltungen

Logische Grundschaltungen

Wertetabelle

x	y	NOT $\neg x$ $\overline{x}$	AND $x \wedge y$ $x \cdot y$	OR $x \vee y$ $x + y$	XOR $x \oplus y$	NAND $x \uparrow y$	NOR $x \downarrow y$
0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	0

Boolesche Algebra

Gesetze

- **Kommutativ**: $x \wedge y = y \wedge x$
  $x \vee y = y \vee x$
- **Assoziativ**: $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$
  $(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$
- **Distributiv**: $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
  $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
- **Absorption**: $(x \wedge y) \vee x = x$
  $(x \vee y) \wedge x = x$
- **Involution**: $\neg(\neg x) = x$
- **Komplementär**: $x \vee \neg x = 1$
  $x \wedge \neg x = 0$
- **De Morgan**: $\neg(x \wedge y) = \neg x \vee \neg y$
  $\neg(x \vee y) = \neg x \wedge \neg y$
- **Dualität**: $\neg 0 = 1, \neg 1 = 0$
- **Idempotenz**: $x \wedge x = x \vee x = x$
- **Neutralität**: $x \vee 0 = x, x \wedge 1 = x$
- **Extremal**: $x \wedge 0 = 0, x \vee 1 = 1$

Übung 1

Beweise **alle** Gesetze mithilfe je einer Wertetabelle.

		Kommutativgesetz			
x	y	$x \cdot y$	$y \cdot x$	$x + y$	$y + x$
0	0	…	…	…	…
0	1	…	…	…	…
1	0	…	…	…	…
1	1	…	…	…	…

Übung 1

		Kommutativgesetz			
x	y	$x \cdot y$	$y \cdot x$	$x + y$	$y + x$
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1

Übung 1

			Assoziativgesetz			
x	y	z	$(x \cdot y) \cdot z$	$x \cdot (y \cdot z)$	$(x + y) + z$	$x + (y + z)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Übung 1

			Distributivgesetz			
x	y	z	$x \cdot (y + z)$	$(x \cdot y) + (x \cdot z)$	$x + (y \cdot z)$	$(x + y) \cdot (x + z)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1

Übung 1

		Absorptionsgesetz			
x	y	$(x \cdot y) + x$	x	$(x + y) \cdot x$	x
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

Übung 1

	Involutionsgesetz	Komplementärgesetz		Idempotenzgesetz		Neutralitätsgesetz		Extremalgesetz	
x	$\neg(\neg x)$	$x \cdot \neg x$	$x + \neg x$	$x \cdot x$	$x + x$	$x + 0$	$x \cdot 1$	$x + 1$	$x \cdot 0$
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0

Übung 1

Beweise **alle** Gesetze mithilfe je einer Wertetabelle.

		De Morgan'sche Gesetze			
x	y	$\neg(x+y)$	$\neg x \cdot \neg y$	$\neg(x \cdot y)$	$\neg y + \neg x$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0

Übung 2

Zeige, dass folgende Gleichung gilt:

$$(a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a) = (a \cdot b) + (b \cdot c) + (c \cdot a)$$

a) … durch Anwendung einer **Wertetabelle**.

b) … durch Anwendung von **Booleschen Gesetzen**.

Übung 2

$(a+b)\cdot(b+c)\cdot(c+a)$

$= (a+b)\cdot(a+c)\cdot(b+c)$ // Kommutativ

$= (a+(b\cdot c))\cdot(b+c)$ // Distributiv

$= \big(a\cdot(b+c)\big) + \big((b\cdot c)\cdot(b+c)\big)$ // Distributiv

$= \big(a\cdot(b+c)\big) + (b\cdot(c\cdot(b+c)))$ // Assoziativ

$= \big(a\cdot(b+c)\big) + (b\cdot c)$ // Absorption

$= (a\cdot b)+(a\cdot c)+(b\cdot c)$ // Distributiv

$= (a\cdot b)+(b\cdot c)+(c\cdot a)$ // Kommutativ

a	b	c	$(a+b)\cdot(b+c)\cdot(c+a)$	$(a\cdot b)+(b\cdot c)+(c\cdot a)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Tagebucheintrag

Boolesche Algebra

Wochenübung

Beweise oder widerlege die folgende Formel unter Benutzung von Boolescher Algebra.

Gib dabei in jedem Schritt das benutzte Boolesche Gesetz an.

$$\neg(\neg a + \neg b) + (\neg a \cdot c) = (a \cdot b) + \neg(a + \neg c) + (b \cdot c)$$