

Informatik Q4 Abels



Boolesche Algebra: Logische Grundschaltungen

Logische Grundschaltungen

Wertetabelle

x	y	NOT $\neg x$ \bar{x}	AND $x \wedge y$ $x \cdot y$	OR $x \vee y$ $x + y$	XOR $x \oplus y$	NAND $x \uparrow y$	NOR $x \downarrow y$
0	0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	0

Boolesche Algebra

Gesetze

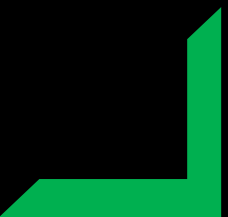
- **Kommutativ:**
 $x \wedge y = y \wedge x$
 $x \vee y = y \vee x$
- **Assoziativ:**
 $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$
 $(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$
- **Distributiv:**
 $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
 $x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$
- **Absorption:**
 $(x \wedge y) \vee x = x$
 $(x \vee y) \wedge x = x$
- **Involution:**
 $\neg(\neg x) = x$
- **Komplementär:**
 $x \vee \neg x = 1$
 $x \wedge \neg x = 0$
- **De Morgan:**
 $\neg(x \wedge y) = \neg x \vee \neg y$
 $\neg(x \vee y) = \neg x \wedge \neg y$
- **Dualität:**
 $\neg 0 = 1, \neg 1 = 0$
- **Idempotenz:**
 $x \wedge x = x \vee x = x$
- **Neutralität:**
 $x \vee 0 = x, x \wedge 1 = x$
- **Extremal:**
 $x \wedge 0 = 0, x \vee 1 = 1$



Übung 1

Beweise **alle** Gesetze mithilfe je einer Wertetabelle.

		Kommutativgesetz			
x	y	$x \cdot y$	$y \cdot x$	$x + y$	$y + x$
0	0
0	1
1	0
1	1



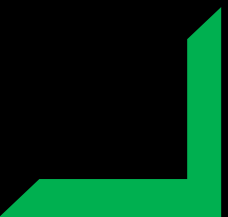


Übung 1



Kommutativgesetz

x	y	$x \cdot y$	$y \cdot x$	$x + y$	$y + x$
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1





Übung 1



Assoziativgesetz						
x	y	z	$(x \cdot y) \cdot z$	$x \cdot (y \cdot z)$	$(x + y) + z$	$x + (y + z)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1





Übung 1



Distributivgesetz						
x	y	z	$x \cdot (y + z)$	$(x \cdot y) + (x \cdot z)$	$x + (y \cdot z)$	$(x + y) \cdot (x + z)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1





Übung 1



Absorptionsgesetz					
x	y	$(x \cdot y) + x$	x	$(x + y) \cdot x$	x
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1





Übung 1



	Involutionsgesetz	Komplementär-gesetz		Idempotenz-gesetz		Neutralitäts-gesetz		Extremalgesetz	
x	$\neg(\neg x)$	$x \cdot \neg x$	$x + \neg x$	$x \cdot x$	$x + x$	$x + 0$	$x \cdot 1$	$x + 1$	$x \cdot 0$
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1	1	1	1	0





Übung 1

Beweise **alle** Gesetze mithilfe je einer Wertetabelle.

		De Morgan'sche Gesetze			
x	y	$\neg(x + y)$	$\neg x \cdot \neg y$	$\neg(x \cdot y)$	$\neg y + \neg x$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0



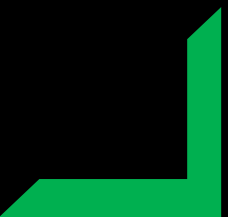


Übung 2

Zeige, dass folgende Gleichung gilt:

$$(a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a) = (a \cdot b) + (b \cdot c) + (c \cdot a)$$

- a) ... durch Anwendung einer **Wertetabelle**.
- b) ... durch Anwendung von **Booleschen Gesetzen**.





Übung 2



$$(a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)$$

$$= (a + b) \cdot (a + c) \cdot (b + c)$$

// Kommutativ

$$= (a + (b \cdot c)) \cdot (b + c)$$

// Distributiv

$$= (a \cdot (b + c)) + ((b \cdot c) \cdot (b + c))$$

// Distributiv

$$= (a \cdot (b + c)) + (b \cdot (c \cdot (b + c)))$$

// Assoziativ

$$= (a \cdot (b + c)) + (b \cdot c)$$

// Absorption

$$= (a \cdot b) + (a \cdot c) + (b \cdot c)$$

// Distributiv

$$= (a \cdot b) + (b \cdot c) + (c \cdot a)$$

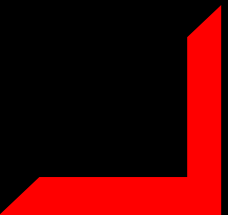
// Kommutativ

a	b	c	$(a + b) \cdot (b + c) \cdot (c + a)$	$(a \cdot b) + (b \cdot c) + (c \cdot a)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1



Tagebucheintrag

Boolesche Algebra





Wochenübung

Beweise oder widerlege die folgende Formel unter Benutzung von Boolescher Algebra.

Gib dabei in jedem Schritt das benutzte Boolesche Gesetz an.

$$\neg(\neg a + \neg b) + (\neg a \cdot c) = (a \cdot b) + \neg(a + \neg c) + (b \cdot c)$$

