

Mathematik 10 Abels





Kopfübung

- $2,5 \cdot 10^{-3} = \dots$
- $3,4 \cdot 10^x = 34 \text{ Milliarden}$
- Ordne: $0,0067 \cdot 10^9$; -10^7 ; $234 \cdot 10^4$; $\frac{4}{10^3}$



Welche **Gesetze** gelten für Potenzen ?

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2. $a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

5. $a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

- Besetze jeden Parameter (Buchstaben) deiner Formel mit einer Zahl.
- Prüfe rechnerisch, ob deine Formel für diese Zahlen stimmt.
- Beschreibe deine Formel in deinen eigenen Worten.
- Gib an, für welche Werte die Parameter jeweils definiert sind (also welchem Zahlen man für sie einsetzen darf und welche nicht)

Potenzgesetze



Für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $m \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Beispiel:

$$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

Potenzgesetze



Für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $m \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Beispiel:

$$3^4 : 3^2 = \frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$$

Potenzgesetze



Für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $m \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Beispiel:

$$(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$$

Potenzgesetze



Für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $m \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Beispiel:

$$3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$$

Potenzgesetze



Für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $m \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{Z}$ gilt:

$$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Beispiel:

$$6^4 : 3^4 = \frac{6^4}{3^4} = \left(\frac{6}{3}\right)^4 = 2^4$$

Potenzgesetze



Für $a \neq 0$, $b \neq 0$, $m \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{Z}$ gilt:

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$$

- $a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$3^4 : 3^2 = \frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$$

- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$$

- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

$$3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$$

- $a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

$$6^4 : 3^4 = \frac{6^4}{3^4} = \left(\frac{6}{3}\right)^4 = 2^4$$



Fun15,16

1. Fasse zu einer Potenz zusammen.

- a) $2^5 \cdot 2^4$ b) $2^5 \cdot 2^{-4}$ c) $6^5 : 6^3$ d) $10^4 \cdot 10^{-4}$ e) $(-2)^4 \cdot (-2)^3$
 f) $x^5 \cdot x^5$ g) $a^5 : a^3$ h) $x^3 \cdot x^{-3}$ i) $x^4 : (2x)^{-2}$ j) $\frac{x^4 \cdot x^3}{x^2}$

2. Fasse die Potenzen so weit wie möglich zusammen.

- a) $b^3 \cdot b^5 \cdot b$ b) $\frac{a^7}{a^3 \cdot a^2}$ c) $a^2 \cdot b \cdot a^3 \cdot b$ d) $\frac{x^2 \cdot y^3}{xy}$ e) $\frac{(3a)^{-2} (3a)^4}{3a}$

3. Fasse die Potenzen zusammen. Vereinfache, falls möglich.

- a) $3^{5-2} \cdot 3$ b) $2^{k+1} \cdot 2^{k-1}$ c) $\frac{a^n}{a}$ d) $\frac{a}{a^n}$ e) $\frac{a^{n+1}}{a^{n-1}}$
 f) $q \cdot q^{n-1}$ g) $\frac{(-2ax)^5}{8ax^6}$ h) $(-2x)^2 \cdot (-2x)^3$ i) $-3c \cdot 4c^3$ j) $-3a^2 \cdot 4a^{-1}$

4. Fasse zu einer Potenz zusammen.

- a) $(10^2)^5$ b) $(5^3)^{-2}$ c) $(a^2)^6$ d) $(b^{-5})^3$ e) $((0,75b)^3)^{-2}$

5. Fasse die Potenzen so weit wie möglich zusammen. Schreibe ohne Klammern.

- a) $(-3^2)^3$ b) $((-2)^4)^3$ c) $(-x^3)^{-1}$ d) $(-z^3)^4$ e) $(-(-2^{-2}))^3$
 f) $(x^{n+1})^2$ g) $(a^3)^{n-1}$ h) $(3xy^2)^4$ i) $\frac{(a^3 \cdot b^4)^3}{(a^2 \cdot b^3)^2}$ j) $((-3)^3)^2$

6. Schreibe die Potenzen ausführlich mit Faktoren und begründe, dass die Gleichung stimmt.

- a) $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$ b) $a^{-5} \cdot a^{-2} = a^{-7}$ c) $5^2 : 5^5 = 5^{-3}$

7. Schreibe die Potenz ausführlich mit Faktoren und zeige, dass die Gleichung stimmt.

- a) $(6^4)^2 = 6^8$ b) $(a^{-3})^2 = a^{-6}$ c) $(a^{-2})^{-3} = a^6$

8. Berechne und vergleiche.

- a) $(2^2)^2$ und $2^{(2^2)}$ b) $(2^5)^3$ und $2^{(5^3)}$ c) $(4^{-3})^2$ und $4^{(-3)^2}$

9. Schreibe als eine Potenz mit möglichst kleiner natürlicher Basis.

Beispiel: $8^2 = (2^3)^2 = 2^6$

- a) 9^2 b) 25^3 c) $4^3 \cdot 2^4$ d) 16^3 e) 81^2

10. Vergleiche die Werte der Terme mithilfe der Potenzgesetze, ohne die Potenzen zu berechnen. Setze im Heft $<$, $>$ oder $=$ ein.

- a) $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5$ \blacksquare $2^{10} : 2^{-4}$ b) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^5$ \blacksquare $10\,000\,000$
 c) $7^3 \cdot 7^2 \cdot 2^{-1}$ \blacksquare $(7^2)^2$ d) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^5$ \blacksquare $10\,000\,000^2$
 e) $3^{15} : 3^2$ \blacksquare $3^{15} \cdot 3^2$ f) $10^1 \cdot 10^3 \cdot 10^5 \cdot 10^7$ \blacksquare $100\,000\,001^2$
 g) $(4^5)^3$ \blacksquare $4^{15} : 4^2$ h) $10^{-1} \cdot 10^{-3} \cdot 10^4$ \blacksquare -1^4

13. Fasse zu einer Potenz zusammen.

- a) $2^5 \cdot 3^5$ b) $2^{-4} \cdot 9^{-4}$ c) $2^3 : 8^3$ d) $5^4 : 2^4$ e) $32^4 : 16^4$
 f) $a^4 : b^4$ g) $x^3 \cdot y^3$ h) $u^{-2} \cdot v^{-2}$ i) $3^{-3} \cdot (2x)^{-3}$ j) $a^5 \cdot \frac{b^5}{a^5}$

14. Schreibe die Potenzen ausführlich mit Faktoren und begründe, dass die Gleichung stimmt.

- a) $3^{-3} \cdot 2^{-3} = 6^{-3}$ b) $a^{-2} \cdot b^{-2} = (ab)^{-2}$ c) $x^3 \cdot x^3 = x^6$ d) $x^3 : y^3 = \left(\frac{x}{y}\right)^3$

15. Vereinfache die Potenz und berechne im Kopf.

- a) $3^4 : 6^4$ b) $2^2 \cdot 3^2$ c) $5^2 \cdot 12^2$ d) $6^{-4} : 2^{-4}$ e) $2,5^{-2} \cdot 2^{-2}$
 f) $0,6^2 : 2^2$ g) $(-4)^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4$ h) $4^3 : 6^3$ i) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot 12^{-2}$ j) $(-2)^4 \cdot 5^4$

16. Vereinfache den Term.

- a) $(p+q)^2 (p-q)^2$ b) $(x-1)^{-2} \cdot (x-1)^{-2}$ c) $\left(\frac{1}{2u}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^3$ d) $\left(\frac{1}{ab}\right)^{-2} \cdot a^{-2}$
 e) $(x^2 - y^2)^3 : (x+y)^3$ f) $(a+b)^4 : (a^2 - b^2)^4$ g) $(ab)^{-2} : (ac)^{-2}$ h) $(xy)^3 : y^3$



Hausaufgabe

Bearbeite auf Fun15 und Fun16 insgesamt **3** Aufgaben deiner Wahl, die du noch nicht bearbeitet hast.

