

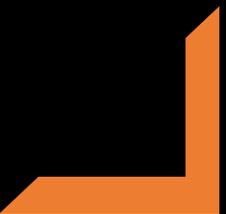
Mathematik 10 Abels





Kopfübung

- $6^2 = \dots$
- $2^{-4} = \dots$
- $(11^3)^{-3} = \dots$



a^n



Wie gehe ich mit Potenzen mit
rationalen Exponenten um?

$$\sqrt[2]{64} = 8, \text{ denn } 8 \cdot 8 = 64$$

$$\sqrt[3]{125} = \dots, \text{ denn ...}$$

$$\sqrt[4]{16} = \dots, \text{ denn ...}$$

$$\sqrt[n]{0} = \dots, \text{ denn ...}$$

- a) **Vervollständige** obige Rechnungen.
- b) **Erkläre** in deinen Worten, wie du vorgegangen bist.
- c) **Formuliere** eine allgemeine Strategie für Aufgaben der Form: $\sqrt[n]{a} = \dots$
- d) **Beschreibe**, was der Term $\sqrt[n]{a}$ aussagt.
- e) **Nenne** Einschränkungen für n und a , auf die wir uns bei $\sqrt[n]{a}$ einigen sollten, damit wir keine mathematischen Regeln brechen.

n -te Wurzel



Für den **Radikand** $a > 0$ und den **Wurzelexponent** $n \geq 2$ ist diejenige positive Zahl b , deren n -te Potenz gleich a ist, die **n -te Wurzel von a** :

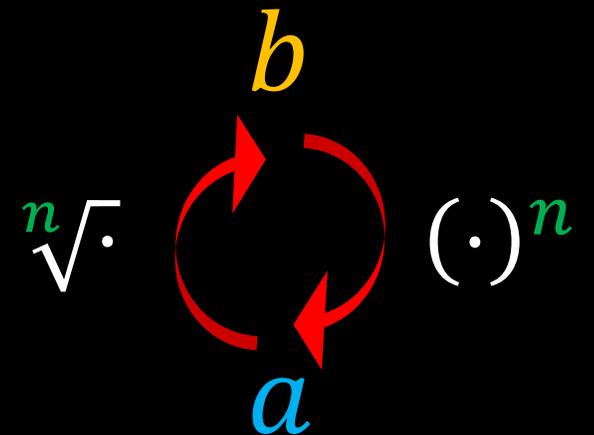
Beispiele:

- $\sqrt[3]{125} = 5$, denn $5^3 = 125$
- $\sqrt[4]{16} = 2$, denn $2^4 = 16$
- $\sqrt[n]{0} = 0$, denn $0^n = 0$

$$b = \sqrt[n]{a}$$



$$b^n = a$$





Fun19

1. Berechne ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt{121}$

b) $\sqrt{49}$

c) $\sqrt{\frac{1}{81}}$

d) $\sqrt[3]{64}$

e) $\sqrt[4]{81}$

f) $\sqrt[5]{32}$

g) $\sqrt[7]{1}$

h) $\sqrt[4]{625}$

i) $\sqrt[4]{0,0001}$

j) $\sqrt[3]{0,027}$

2. Berechne ohne Taschenrechner.

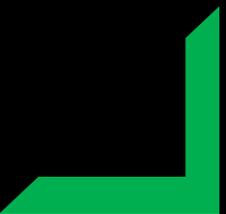
a) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

b) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

c) $\sqrt[2]{\frac{4}{9}}$

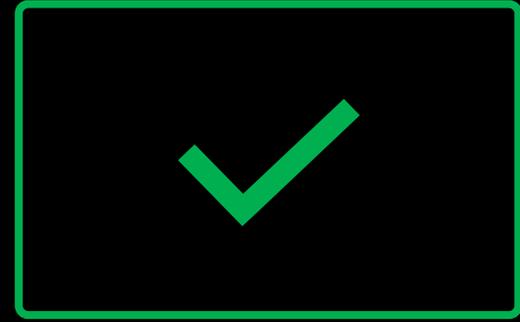
d) $\sqrt[3]{\frac{216}{64}}$

e) $\sqrt[3]{\frac{343}{8}}$





Fun19



Seite 19 | Aufgabe 1

a) 11

b) 7

f) 2

g) 1

c) $\frac{1}{9}$

d) 4

e) 3

h) 5

i) 0,1

j) 0,3

Seite 19 | Aufgabe 2

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

e) $\frac{7}{2}$

Prüfe:

a

Prüfe:

$$a = a^1$$

Prüfe:

$$a = a^1 = a^{\frac{n}{n}}$$

Prüfe:

$$a = a^1 = a^{\frac{n}{n}} = a^{\frac{1}{n} \cdot n}$$

Prüfe:

$$a = a^1 = a^{\frac{n}{n}} = a^{\frac{1}{n} \cdot n} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n$$

Prüfe:

$$a = a^1 = a^{\frac{n}{n}} = a^{\frac{1}{n} \cdot n} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$$

Prüfe:

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$$

Was ist dann $a^{\frac{1}{n}}$?

Prüfe:

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n = a$$

Was ist dann $a^{\frac{1}{n}}$? Und was ist $a^{\frac{m}{n}}$?

Potenzen mit rationalen Exponenten



Für $a > 0$ und ganze Zahlen m, n mit $n \geq 2$ gilt:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Beispiele:

- $9^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{9^3} = (\sqrt[2]{9})^3 = 3^3 = 27$
- $16^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{16^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt[2]{16}} = \frac{1}{4}$
- $\sqrt{3} = \sqrt[2]{3} = 3^{\frac{1}{2}}$
- $\sqrt[4]{12^2} = 12^{\frac{2}{4}} = 12^{\frac{1}{2}}$

Spezialfall:

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$



Fun20,21

6. Finde die passenden Zahlen für die blauen Kästchen.

a) $4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^{\blacksquare}}$

b) $10^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{10^{\blacksquare}}$

c) $2^{\frac{\blacksquare}{2}} = \sqrt{2^4}$

d) $x^{\frac{2}{10}} = \sqrt{\blacksquare}$

7. Schreibe als Wurzel und berechne im Kopf.

a) $9^{\frac{1}{2}}$

b) $32^{\frac{1}{5}}$

c) $1^{\frac{1}{7}}$

d) $144^{\frac{1}{2}}$

e) $625^{\frac{1}{4}}$

f) $0,0016^{\frac{1}{4}}$

g) $2 : 8^{\frac{1}{3}}$

h) $81^{\frac{1}{2}}$

i) $\frac{1}{16^{\frac{1}{4}}}$

j) $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{1}{2}}$

8. Schreibe als Wurzel.

a) $z^{\frac{1}{2}}$

b) $k^{\frac{1}{3}}$

c) $u^{\frac{4}{9}}$

d) $j^{-\frac{1}{5}}$

e) $v^{-\frac{1}{2}}$

f) $d^{-\frac{6}{5}}$

g) $g^{0,5}$

h) $n^{-0,2}$

i) $(ab)^{\frac{1}{3}}$

j) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{2}{3}}$

9. Schreibe als Potenz und vereinfache, falls möglich.

a) $\sqrt[2]{(ma)^4}$

b) $\sqrt[9]{(4kl)^{-3}}$

c) $\sqrt[3]{a^{-3}}$

d) $\sqrt[3]{\frac{1}{e}}$

e) $\sqrt[3]{ab^2}$

f) $\sqrt{x^n}$

g) $\frac{1}{\sqrt{b}}$

h) $\frac{1}{\sqrt[3]{3^4}}$

i) $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

j) $\left(\sqrt[4]{\frac{1}{x}}\right)^{-3}$

10. Schreibe als Potenz.

a) $\sqrt{2}$

b) $\sqrt[3]{6}$

c) $\sqrt[4]{2^3}$

d) $\sqrt[3]{5^{-2}}$

e) $(\sqrt[4]{2})^3$

11. Schreibe als Potenz.

a) $\sqrt[3]{a}$

b) $\sqrt[6]{a^3}$

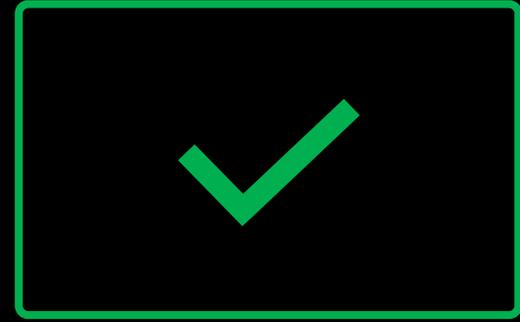
c) $\sqrt[4]{b^{-3}}$

d) $\sqrt[7]{4v}$

e) $\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}$



Fun20,21



Seite 20 | Aufgabe 6

a) $4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2}$ b) $10^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{10^3}$ c) $2^{\frac{4}{2}} = \sqrt{2^4}$ d) $x^{\frac{2}{10}} = \sqrt[10]{x^2}$

Seite 20 | Aufgabe 7

a) $\sqrt{9} = 3$ b) $\sqrt[5]{32} = 2$ c) $\sqrt[7]{1} = 1$ d) $\sqrt{144} = 12$ e) $\sqrt[4]{625} = 5$
f) $\sqrt[4]{0,0016} = 0,2$ g) $2 : \sqrt[3]{8} = 1$ h) $\sqrt{81} = 9$ i) $\frac{1}{\sqrt[4]{16}} = \frac{1}{2}$ j) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

Seite 20 | Aufgabe 8

a) \sqrt{z} b) $\sqrt[3]{k}$ c) $\sqrt[9]{u^4}$ d) $\sqrt[5]{j^{-1}}$ e) $\sqrt{v^{-1}}$
f) $\sqrt[5]{d^{-6}}$ g) \sqrt{g} h) $n^{-\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{n^{-1}}$ i) $\sqrt[3]{(ab)}$ j) $\sqrt[3]{\left(\frac{a}{b}\right)^{-2}}$

Seite 21 | Aufgabe 9

a) $(ma)^{\frac{4}{2}} = (ma)^2$ b) $(4kl)^{-\frac{3}{9}} = (4kl)^{-\frac{1}{3}}$ c) $a^{-\frac{3}{3}} = a^{-1}$ d) $\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{3}}$ e) $(ab^2)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}$
f) $x^{\frac{n}{2}}$ g) $\frac{1}{b^{\frac{1}{2}}} = b^{-\frac{1}{2}}$ h) $\frac{1}{3^{\frac{4}{3}}} = 3^{-\frac{4}{3}}$ i) $\frac{1}{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}} = 3^{-\frac{3}{2}}$ j) $\left(\frac{1}{x}\right)^{-\frac{3}{4}} = x^{\frac{3}{4}}$

Seite 21 | Aufgabe 10

a) $2^{\frac{1}{2}}$ b) $6^{\frac{1}{3}}$ c) $2^{\frac{3}{4}}$ d) $5^{\frac{2}{3}}$ e) $2^{\frac{3}{4}}$

Seite 21 | Aufgabe 11

a) $a^{\frac{1}{3}}$ b) $a^{\frac{3}{6}}$ c) $b^{\frac{3}{4}}$ d) $(4v)^{\frac{1}{7}}$ e) $\frac{1}{a^{\frac{3}{4}}} = a^{-\frac{3}{4}}$



Hausaufgabe

Fun21

18. Schreibe ohne Wurzelzeichen.

a) $\sqrt[3]{(a+b)^2}$

b) $\sqrt[3]{(x-1)^2}$

c) $\sqrt{x^3+y^3}$

d) $\sqrt[5]{(a \cdot b)^3}$

e) $\frac{-3}{\sqrt[n]{a-b}}$

f) $\frac{1}{\sqrt[12]{8}}$

g) $\sqrt{(a-b)(a+b)}$

h) $\sqrt{1-x^2}$

