Mathematik 10 Abels

Kopfübung

- $\sqrt{x^4} \cdot \sqrt{x^6} = \cdots$

- $\sqrt[n]{a^{n-1}} \cdot \sqrt[n]{a} = \cdots$

- $\sqrt{x \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{3}}} = \cdots$

Welche Klassen von Funktionen unterscheiden wir?

Präsentation

- Exponent positiv und gerade: Ole, Ahmet, Lukas, Alina, Charlotte, Keziban
- Exponent positive und ungerade: David, Amin, Una, Hamed, Vic, Alia
- Exponent negative und gerade: Eljar, Fabrice, Murtaza, Ayoub, Sara, Sahra
- Exponent negative und ungerade: Selim, Ansar, Ledion, Xenia, Selina, Hoda

Präsentation

a. Drei Graphen mit Gleichung und Tabelle
b. Definitions- und Wertebereich
c. Gemeinsame Punkte
d. Symmetrie
e. Monotonie

Potenzfunktionen: $f(x) = x^n$

a. Drei Graphen mit Gleichung und Tabelle
b. Definitions- und Wertebereich
c. Gemeinsame Punkte
d. Symmetrie
e. Monotonie

!

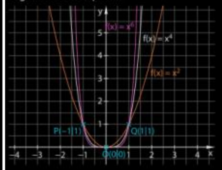
Exponent	gerade	ungerade
positiv		
negativ		

Potenzfunktionen: $f(x) = x^n$

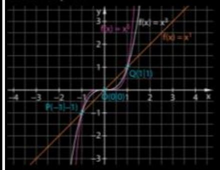
a. Drei Graphen mit Gleichung und Tabelle
b. Definitions- und Wertebereich
c. Gemeinsame Punkte
d. Symmetrie
e. Monotonie

!

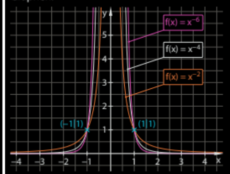
<table>
<tr><th>Exponent</th><th>gerade</th><th>ungerade</th></tr>
<tr><td>positiv</td><td>Für gerade Exponenten sind die Funktionswerte immer positiv.

Definitionsbereich: $D = \mathbb{R}$
Wertebereich: $W = \mathbb{R}_0^+$
Die Punkte $O(0|0)$, $P(-1|1)$ und $Q(1|1)$ liegen auf den Graphen.

Symmetrie:
Die Graphen sind symmetrisch zur y-Achse, denn für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f(-x) = f(x)$.

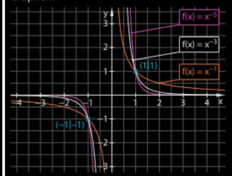
Monotonie:
Die Graphen fallen für $x \leq 0$ und steigen für $x \geq 0$.</td><td>Für ungerade Exponenten sind die Funktionswerte für $x > 0$ positiv und für $x < 0$ negativ.

Definitionsbereich: $D = \mathbb{R}$
Wertebereich: $W = \mathbb{R}$
Die Punkte $O(0|0)$, $P(-1|-1)$ und $Q(1|1)$ liegen auf den Graphen.

Symmetrie:
Die Graphen sind punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, denn für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $f(-x) = -f(x)$.

Monotonie:
Im gesamten Definitionsbereich $\mathbb{R}$ steigen die Graphen.</td></tr>
<tr><td>negativ</td><td>Für gerade Exponenten sind die Funktionswerte immer positiv.

Definitionsbereich: $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$
Wertebereich: $W = \mathbb{R}^+$
Die Punkte $(-1|1)$ und $(1|1)$ liegen auf den Graphen.

Symmetrie:
Die Graphen sind symmetrisch zur y-Achse, denn für alle $x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ gilt $f(-x) = f(x)$.

Monotonie:
Die Graphen steigen für $x < 0$ und fallen für $x > 0$.</td><td>Für ungerade Exponenten sind die Funktionswerte für $x > 0$ positiv und für $x < 0$ negativ.

Definitionsbereich: $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$
Wertebereich: $W = \mathbb{R}\setminus\{0\}$
Die Punkte $(-1|-1)$ und $(1|1)$ liegen auf den Graphen.

Symmetrie:
Die Graphen sind punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, denn für alle $x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ gilt $f(-x) = -f(x)$.

Monotonie:
In beiden Abschnitten des Definitionsbereichs fallen die Graphen.</td></tr>
</table>

Fun28

3. Überprüfe rechnerisch, welche der folgenden Punkte auf dem Graphen der Funktion mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^3$ liegen.
   $P(-3|27)$, $Q(-3|-27)$, $R(5|125)$, $S(-2|8)$, $T(0{,}5|0{,}125)$, $U(-0{,}2|-0{,}008)$
9. Entscheide, ob die folgenden Aussagen für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten wahr oder falsch sind. Begründe deine Entscheidung.
   a) Funktionswerte von Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten sind immer positiv.
   b) Der Punkt $P(0|0)$ liegt auf allen Graphen von Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten.
   c) Bei ungeraden Exponenten gibt es keine positiven Funktionswerte.
   d) Bei geraden Exponenten gibt es keine negativen Funktionswerte.
   e) Für $x < 0$ hängt das Vorzeichen des Funktionswertes vom Exponenten ab.
   f) Die Graphen verlaufen für gerade Exponenten im I. und III. Quadranten.
   g) Die Graphen verlaufen für ungerade Exponenten im I. und III. Quadranten.

Fun33,34

3. Prüfe rechnerisch, welche der Punkte $P(-1|1)$, $Q(-2|-0{,}5)$, $R(0{,}5|2)$, $S(-0{,}125|-8)$, $T(4|0{,}125)$ und $U(-0{,}2|5)$ auf dem Graphen der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = x^{-1}$ liegen.

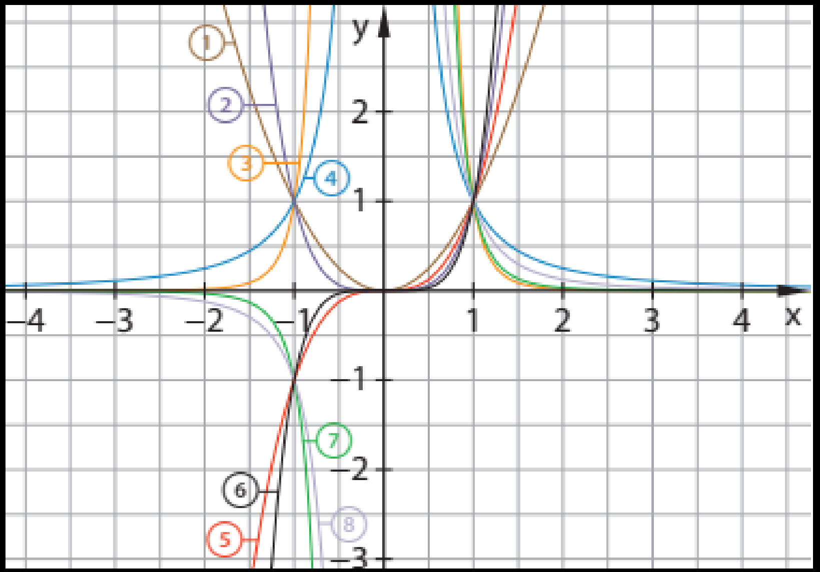
10. Ordne den abgebildeten Graphen ① bis ⑧ je eine passende Funktionsgleichung zu.

$f_1(x) = x^2$ $\quad$ $f_2(x) = x^{-2}$

$f_3(x) = x^3$ $\quad$ $f_4(x) = x^4$

$f_5(x) = x^{-3}$ $\quad$ $f_6(x) = x^{-5}$

$f_7(x) = x^{-6}$ $\quad$ $f_8(x) = x^5$



13. Stelle die Gleichung einer Funktion der Form $f(x) = x^{-n}$ auf, deren Graph durch P verläuft.

a) $P\left(2\middle|\frac{1}{4}\right)$ $\quad$ b) $P\left(-2\middle|\frac{1}{4}\right)$ $\quad$ c) $P\left(-\frac{1}{3}\middle|-27\right)$ $\quad$ d) $P\left(2\middle|\frac{1}{16}\right)$

Fun30,33

8. Gegeben sind die Funktionen f, g, h und k mit den Gleichungen $f(x) = x^{-4}$; $g(x) = x^{-5}$; $h(x) = x^{-7}$ und $k(x) = x^{-8}$.

14. Gegeben sind die Funktionen f, g, h und k mit den Gleichungen $f(x) = x^7$, $g(x) = x^{10}$, $h(x) = x^{13}$ und $k(x) = x^{16}$.

a) Gib jeweils den Definitions- und den Wertebereich an.
b) Skizziere die Graphen der vier Funktionen in einem Koordinatensystem. Überprüfe deine Skizze mit einem Funktionsplotter.
c) Beschreibe Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Graphen. Berücksichtige dabei gemeinsame Punkte, Symmetrieeigenschaften und das Monotonieverhalten der Graphen.
d) Berechne jeweils den Funktionswert an der Stelle $x = 2$.
e) Gib Bereiche des Definitionsbereichs an, in denen Folgendes gilt:

8. ① $f(x) < k(x)$ ② $g(x) < h(x)$ ③ $g(x) < k(x)$

14. ① $f(x) < g(x)$ ② $h(x) < g(x)$ ③ $g(x) < h(x)$ ④ $k(x) < g(x)$

Hausaufgabe

Fun34

17. Die Intensität von Licht, das von einer punktförmigen Lichtquelle ausgestrahlt wird, nimmt mit zunehmendem Abstand r zur Lichtquelle ab. Für $r > 0$ gilt der Zusammenhang $E(r) = \frac{a}{r^2}$ mit r in Metern und einer Konstanten a.

a) Setze $a = 1$ und skizziere den Graphen der Funktion E für $r > 0$. Beschreibe Merkmale des Graphen.

b) Bestimme, auf das Wievielfache man einen beliebigen Abstand zur Lichtquelle vergrößern muss, damit die Lichtintensität auf 1 % abnimmt.