

Mathematik 10 Abels





Kopfübung

- Setze $x = 1,5$ in $y = x^3$ ein
- Setze $y = 1,5$ in $y = x^3$ ein
- Löse $x = y^3$ nach y auf



Was ist eine **Wurzelfunktion** ?

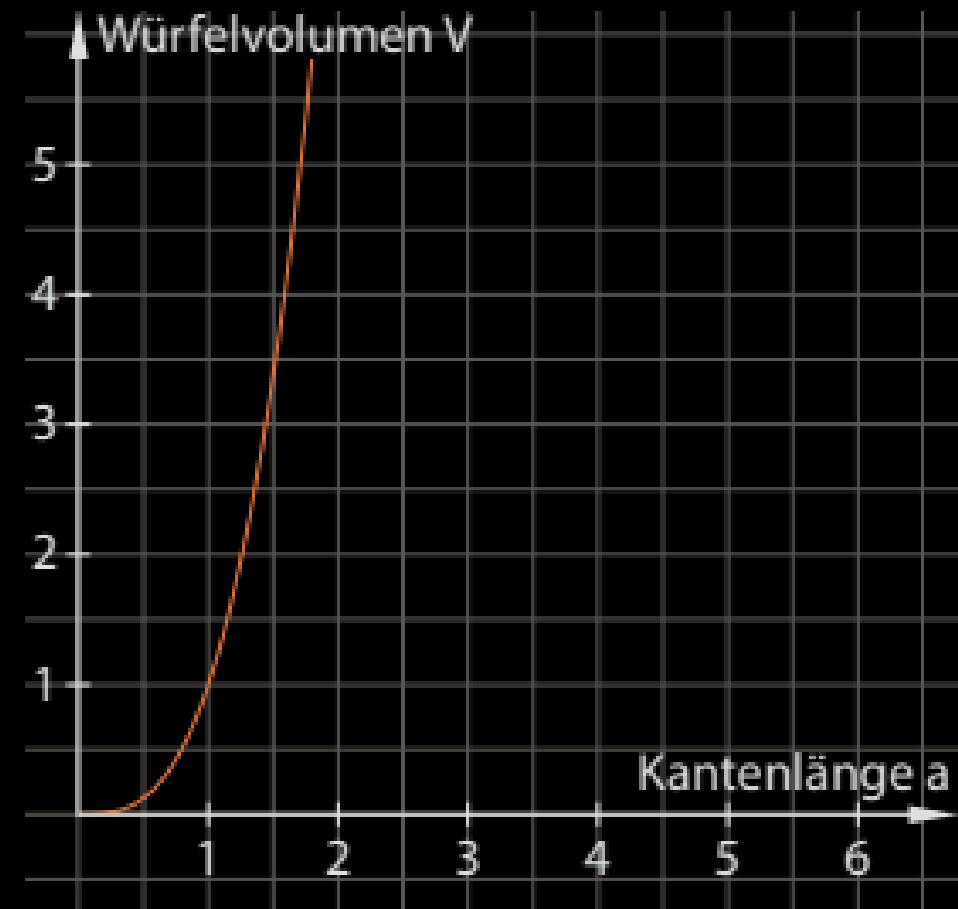
■ Sybille überlegt:

„Wenn ich das Volumen eines Würfels aus der Kantenlänge a berechnen will, dann rechne ich $V = a^3$.

Wenn ich umgekehrt aus dem Würfelvolumen V die Kantenlänge a ausrechnen will, muss ich die 3. Wurzel ziehen, also $a = \sqrt[3]{V}$.“

Gib mehrere Wertepaare für die beiden Zuordnungen *Würfelvolumen* \rightarrow *Kantenlänge* und *Kantenlänge* \rightarrow *Würfelvolumen* an.

Lies am Graphen näherungsweise eine Kantenlänge zu einem Volumen von 3 Volumeneinheiten ab. ■



Umkehrzuordnung und Umkehrfunktion



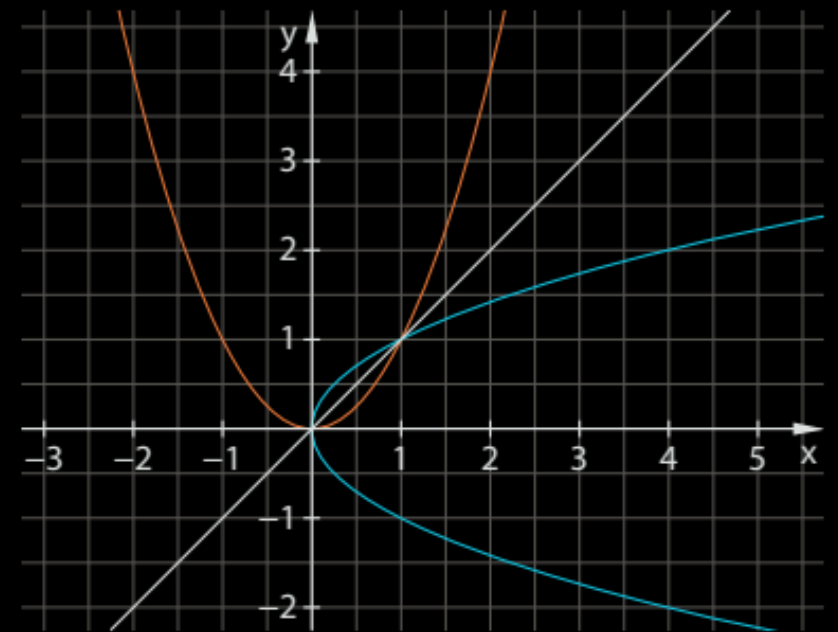
Vertauscht man bei einer Funktion f die Ausgangswerte und die Funktionswerte, so erhält man die **Umkehrzuordnung**.

Ist die Umkehrung eindeutig, so ist die Umkehrzuordnung eine Funktion, die sogenannte **Umkehrfunktion** f^{-1} .

Die Graphen von f und f^{-1} gehen durch **Spiegelung an der 1. Winkelhalbierenden** auseinander hervor.

$$\begin{aligned}y &= x^2 \\x &= y^2 \\y &= \pm\sqrt{x}\end{aligned}$$

| Vertauschen der Variablen
| Auflösen nach y

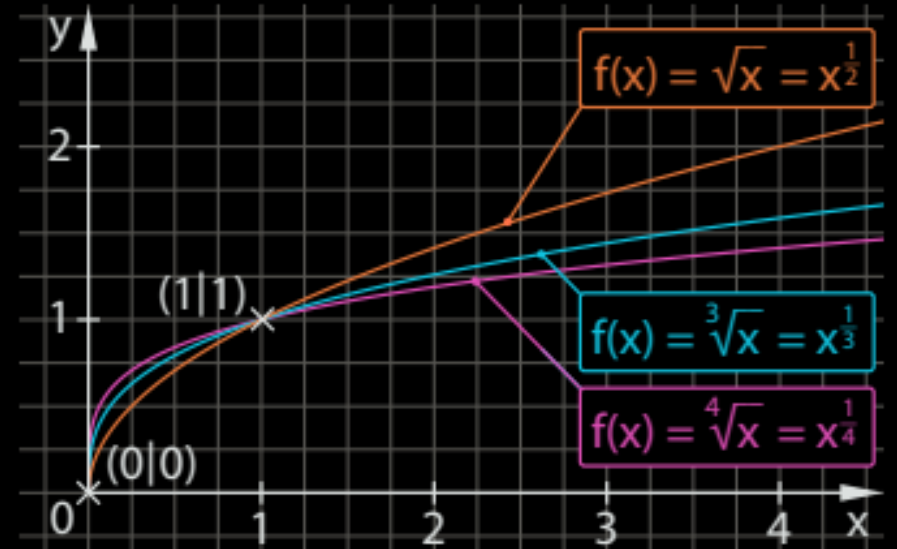


Wurzelfunktion



Eine Funktion f mit $f(x) = x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$ und $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ nennt man Wurzelfunktion.

- **Definitionsbereich:** $D = \mathbb{R}_0^+$
- **Wertebereich:** $W = \mathbb{R}_0^+$
- **Gemeinsame Punkte:** $(0|0), (1|1)$
- **Symmetrie:** keine Symmetrie
- **Monotonie:** Die Graphen steigen für alle $x \geq 0$.





Fun39

1. In der Wertetabelle sind gerundete Funktionswerte der quadratischen und der kubischen Wurzelfunktion angegeben.

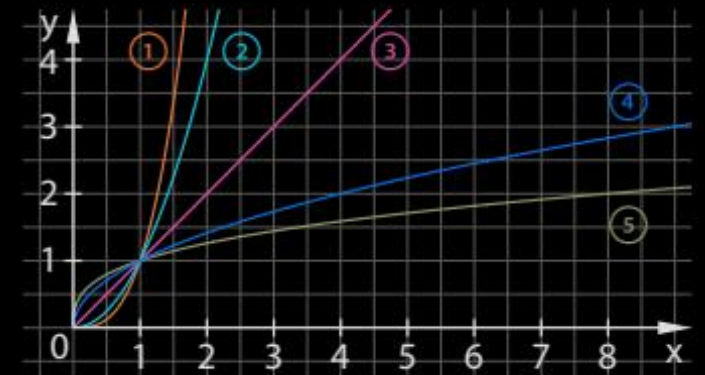
x	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
\sqrt{x}		0,35		0,71		1,41		2,83
$\sqrt[3]{x}$			0,63	0,79		1,26	1,59	

- a) Vervollständige in deinem Heft die Wertetabelle ohne Taschenrechner.
b) Zeichne die Graphen in ein gemeinsames Koordinatensystem. Beschreibe Gemeinsamkeiten und Unterschiede.

2. Betrachte die Funktion f mit $f(x) = x^4$ im Definitionsbereich $D = \mathbb{R}_0^+$.

- a) Bestimme die Funktionsgleichung der Umkehrfunktion f^{-1} .
b) Zeichne die Graphen von f und f^{-1} mithilfe von Wertetabellen.
c) Erkläre, warum man eine Wertetabelle von f^{-1} erhält, wenn man die beiden Zeilen einer beliebigen Wertetabelle von f vertauscht.

4. Ordne die Funktionsterme den abgebildeten Graphen ① bis ⑤ zu. Begründe deine Wahl.





Hausaufgabe

Fun40,41

6. Gegeben sind eine Funktion f und ihr Definitionsbereich D_f . Bestimme die Gleichung der Umkehrfunktion f^{-1} . Gib den Definitions- und den Wertebereich von f^{-1} an.

a) $f(x) = 4x; D_f = \mathbb{R}$

b) $f(x) = x - 7; D_f = \mathbb{R}$

c) $f(x) = \frac{1}{3}x + 5; D_f = \mathbb{R}$

d) $f(x) = x^4; D_f = \mathbb{R}_0^+$

e) $f(x) = 4x^2; D_f = \mathbb{R}_0^+$

f) $f(x) = -x^2 - 6; D_f = \mathbb{R}_0^+$

11. Umkehrfunktionen von Potenzfunktionen mit negativen Exponenten

Bestimme die Gleichung der Umkehrzuordnung von f . Gib an, welche Einschränkungen des Definitionsbereichs notwendig sind, damit die Umkehrzuordnung eine Funktion ist.

a) $f(x) = x^{-2}$

b) $f(x) = x^{-3}$

