

Mathematik 10 Abels





Kopfübung

Berechne mit dem Taschenrechner:

- $\sin(30^\circ) = \dots$

- $\cos(30^\circ) = \dots$

- $\tan(30^\circ) = \dots$

- $\sin^{-1}(0,5) = \dots$

- $\cos^{-1}(0,9) = \dots$

- $\tan^{-1}(0,6) = \dots$



Sinus, Cosinus, Tangens

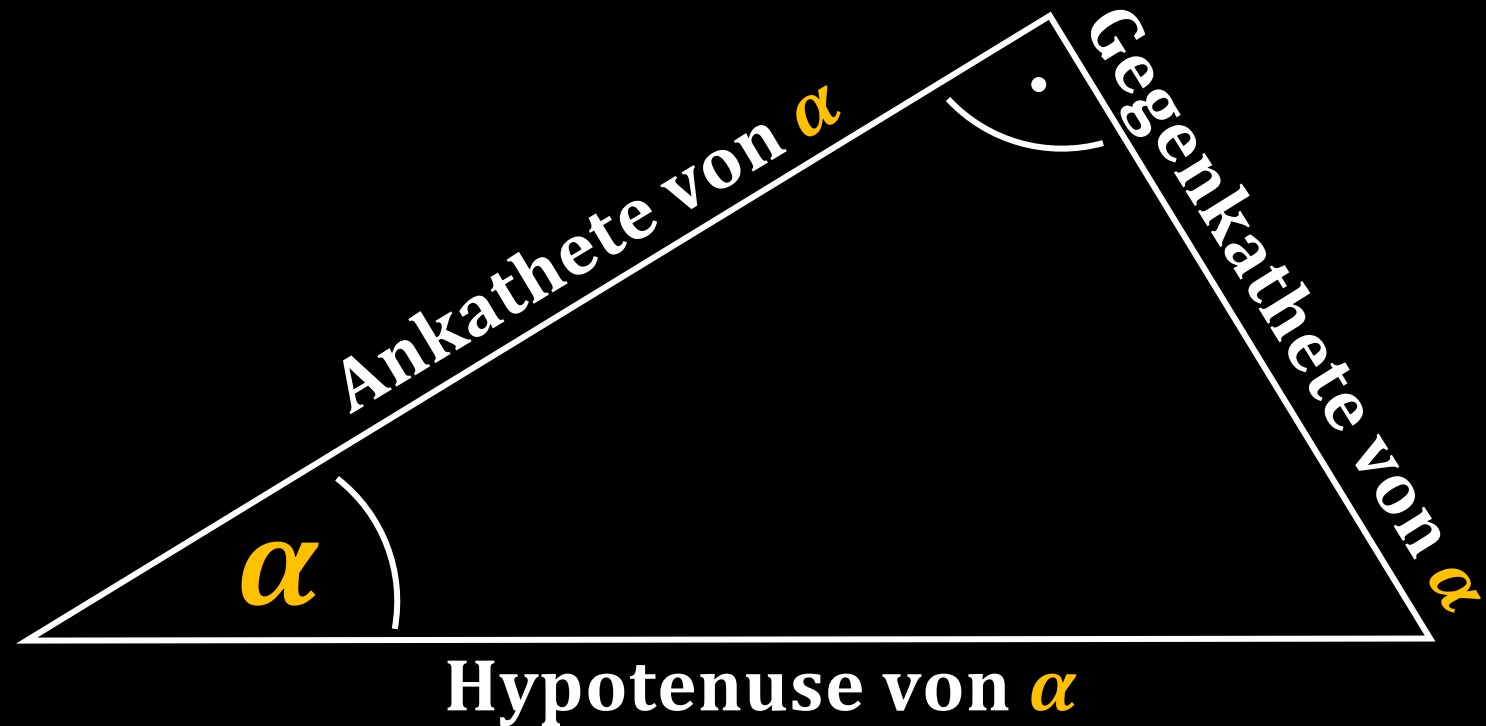


In rechtwinkligen Dreiecken gilt:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse von } \alpha}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse von } \alpha}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha}$$

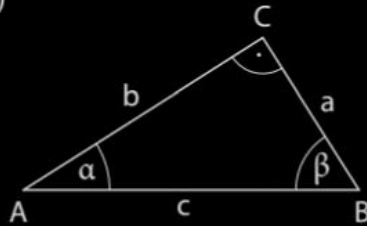




Fun83,88 – sin/cos/tan

2. Vervollständige die Gleichungen für das Dreieck. Beachte, dass es auch zwei Lösungsmöglichkeiten geben kann.

a)



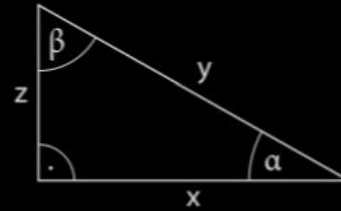
$$\sin(\alpha) = \frac{\square}{\square}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\square}{\square}$$

$$\sin(\beta) = \frac{\square}{\square}$$

$$\cos(\beta) = \frac{\square}{\square}$$

b)



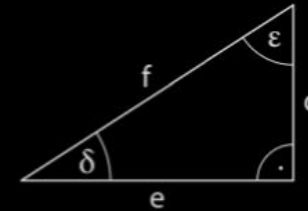
$$\sin(\beta) = \frac{\square}{\square}$$

$$\sin(\square) = \frac{\square}{y}$$

$$\cos(\square) = \frac{z}{\square}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\square}{\square}$$

c)



$$\sin(\square) = \frac{e}{\square}$$

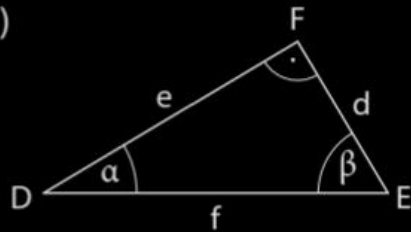
$$\cos(\square) = \frac{\square}{f}$$

$$\square = \frac{d}{f}$$

$$\sin(\square) = \frac{d}{\square}$$

3. Vervollständige die Gleichungen für das Dreieck.

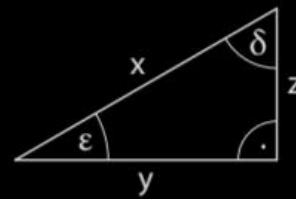
a)



$$\tan(\beta) = \frac{\square}{\square}$$

$$\tan(\square) = \frac{d}{\square}$$

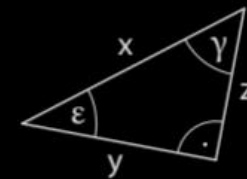
b)



$$\tan(\square) = \frac{z}{\square}$$

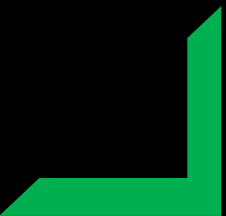
$$\tan(\square) = \frac{\square}{z}$$

c)



$$\tan(\gamma) = \frac{\square}{\square}$$

$$\tan(\square) = \frac{\square}{y}$$





Fun83,88



Seite 83 | Aufgabe 2

$$\begin{aligned} \text{a) } \sin(\alpha) &= \frac{a}{c} \\ \cos(\alpha) &= \frac{b}{c} \\ \sin(\beta) &= \frac{b}{c} \\ \cos(\beta) &= \frac{a}{c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sin(\beta) &= \frac{x}{y} \\ \sin(\alpha) &= \frac{z}{y}, \sin(\beta) = \frac{x}{y} \\ \cos(\beta) &= \frac{z}{y} \\ \cos(\alpha) &= \frac{x}{y} \end{aligned}$$

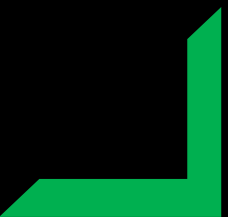
$$\begin{aligned} \text{c) } \sin(\varepsilon) &= \frac{e}{f} \\ \cos(\delta) &= \frac{e}{f}, \cos(\varepsilon) = \frac{d}{f} \\ \sin(\delta) &= \cos(\varepsilon) = \frac{d}{f} \\ \sin(\delta) &= \frac{d}{f} \end{aligned}$$

Seite 88 | Aufgabe 3

$$\text{a) } \tan(\beta) = \frac{e}{d}, \tan(\alpha) = \frac{d}{e}$$

$$\text{b) } \tan(\varepsilon) = \frac{z}{y}, \tan(\delta) = \frac{y}{z}$$

$$\text{c) } \tan(\gamma) = \frac{y}{z}, \tan(\varepsilon) = \frac{z}{y}$$

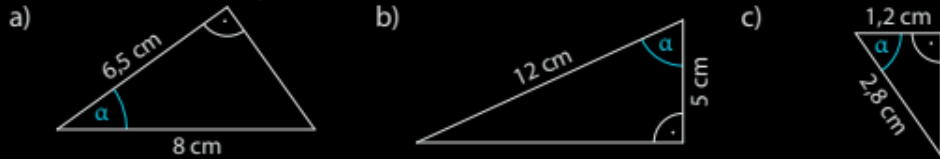




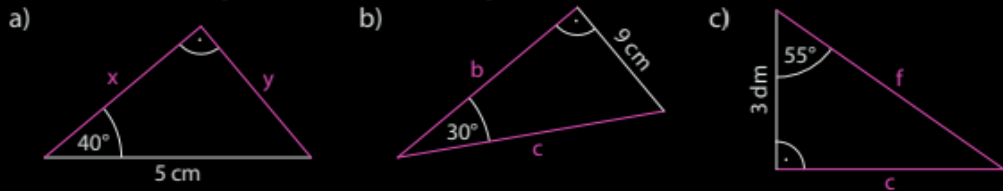
Fun84,85 – sin/cos

9. Berechne die Winkelgröße von α im Dreieck ABC mit $\gamma = 90^\circ$.
 a) $c = 0,5 \text{ cm}$; $a = 0,3 \text{ cm}$ b) $c = 9 \text{ cm}$; $b = 6,5 \text{ cm}$ c) $c = 8,5 \text{ dm}$; $a = 17 \text{ cm}$

10. Berechne die Winkelgröße von α .

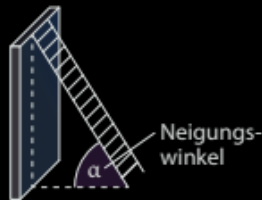


12. Berechne die farbig markierten Seitenlängen.



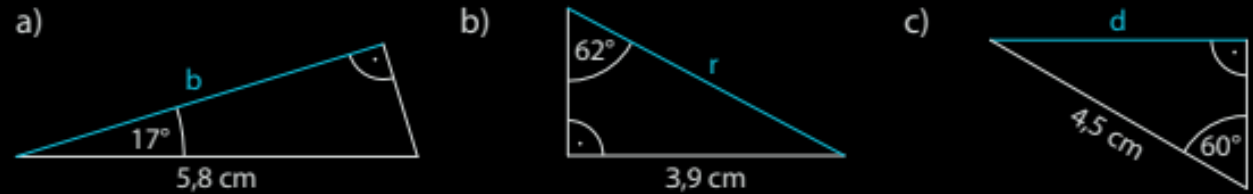
13. Eine 8 m lange Leiter soll so an einer Wand aufgestellt werden, dass sie höchstens einen Neigungswinkel von 80° hat, damit sie nicht umkippt.

- a) Berechne die maximale Höhe, in die die Leiter reicht.
 b) Berechne die Entfernung zwischen der Wand und dem Fußende der Leiter.



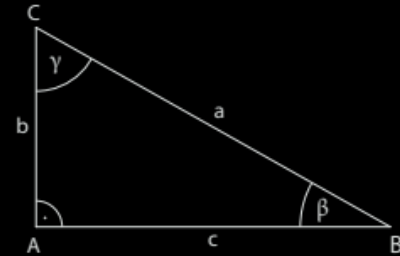
14. a) Eine 2 m lange Rampe für Rollstuhlfahrer hat einen Steigungswinkel von 14° . Berechne die Höhe, die mithilfe der Rampe überwunden werden kann.
 b) Zum Anlegen der 2 m langen Rampe ist neben einem Bus nur 1,85 m Platz. Berechne den Steigungswinkel.

11. Berechne die angegebene Seitenlänge.



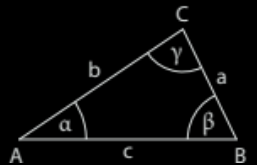
15. Gegeben ist das Dreieck ABC.

- a) Berechne die fehlenden Seitenlängen.
 ① $a = 4 \text{ cm}$; $\beta = 20^\circ$
 ② $c = 7 \text{ cm}$; $\gamma = 35^\circ$
 ③ $b = 2 \text{ cm}$; $\beta = 10^\circ$
 b) Berechne die Winkelgröße von β .
 ① $a = 7 \text{ cm}$; $b = 3 \text{ cm}$
 ② $a = 6 \text{ cm}$; $c = 2 \text{ cm}$



16. Berechne alle fehlenden Größen des Dreiecks ABC. Konstruiere mit den gegebenen Größen ein Dreieck und kontrolliere mit seiner Hilfe deine Rechnungen.

- a) $\alpha = 90^\circ$; $a = 8 \text{ cm}$; $c = 5,2 \text{ cm}$ b) $\gamma = 90^\circ$; $a = 2,8 \text{ cm}$; $c = 4,1 \text{ cm}$
 c) $\beta = 90^\circ$; $\alpha = 20^\circ$; $a = 3 \text{ cm}$ d) $\gamma = 90^\circ$; $\beta = 41^\circ$; $a = 4 \text{ cm}$





Fun84,85



Seite 84 | Aufgabe 9

a) $\sin(\alpha) = \frac{0,3 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}}; \alpha \approx 36,87^\circ$

b) $\cos(\alpha) = \frac{6,5 \text{ cm}}{9 \text{ cm}}; \alpha \approx 43,76^\circ$

c) $\sin(\alpha) = \frac{17 \text{ cm}}{95 \text{ cm}}; \alpha \approx 11,54^\circ$

Seite 84 | Aufgabe 10

a) $\cos(\alpha) = \frac{6,5 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = 0,8125$
 $\alpha = \arccos(0,8125) \approx 35,66^\circ$

b) $\cos(\alpha) = \frac{5 \text{ dm}}{12 \text{ dm}} \approx 0,42$
 $\alpha \approx \arccos(0,42) \approx 65,38^\circ$

c) $\cos(\alpha) = \frac{1,2 \text{ m}}{2,8 \text{ m}} \approx 0,43$
 $\alpha \approx \arccos(0,43) \approx 64,62^\circ$

Seite 85 | Aufgabe 12

a) $x = 5 \text{ cm} \cdot \cos(40^\circ) \approx 3,83 \text{ cm}$
 $y = 5 \text{ cm} \cdot \sin(40^\circ) \approx 3,21 \text{ cm}$

b) $c = \frac{9 \text{ cm}}{\sin(30^\circ)} = 18 \text{ cm}$
 $b = 18 \text{ cm} \cdot \cos(30^\circ) \approx 15,59 \text{ cm}$

c) $f = \frac{3 \text{ dm}}{\cos(55^\circ)} \approx 5,23 \text{ dm}$
 $c \approx 5,23 \text{ dm} \cdot \sin(55^\circ) \approx 4,28 \text{ dm}$

Seite 85 | Aufgabe 13

a) Maximale Höhe: $h = \sin(80^\circ) \cdot 8 \text{ m} \approx 7,88 \text{ m}$

b) Entfernung von der Wand: $d = \cos(80^\circ) \cdot 8 \text{ m} \approx 1,39 \text{ m}$

Seite 85 | Aufgabe 14

a) Höhe $h = \sin(14^\circ) \cdot 2 \text{ m} \approx 0,48 \text{ m}$

b) Steigungswinkel $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1,85 \text{ m}}{2 \text{ m}}\right) \approx 22,33^\circ$

Seite 85 | Aufgabe 15

a) ① $b = \sin(20^\circ) \cdot 4 \text{ cm} \approx 1,4 \text{ cm}$
 $c = \cos(20^\circ) \cdot 4 \text{ cm} \approx 3,8 \text{ cm}$

② $a = \frac{7 \text{ cm}}{\sin(35^\circ)} \approx 12,2 \text{ cm}$
 $b \approx \cos(35^\circ) \cdot 12,2 \text{ cm} \approx 10,0 \text{ cm}$

③ $a = \frac{2 \text{ cm}}{\sin(10^\circ)} \approx 11,5 \text{ cm}$
 $b \approx \cos(10^\circ) \cdot 11,5 \text{ cm} \approx 11,3 \text{ cm}$

b) ① $\beta = \sin^{-1}\left(\frac{3 \text{ cm}}{7 \text{ cm}}\right) \approx 25,38^\circ$

② $\beta = \cos^{-1}\left(\frac{2 \text{ cm}}{6 \text{ cm}}\right) \approx 70,53^\circ$

Seite 85 | Aufgabe 16

a) $\gamma = \arcsin\left(\frac{5,2 \text{ cm}}{8 \text{ cm}}\right) \approx 40,54^\circ; \beta = \arccos\left(\frac{5,2 \text{ cm}}{8 \text{ cm}}\right) \approx 49,46^\circ$ (oder $\beta = 90^\circ - \gamma$)

$b = \sqrt{(8 \text{ cm})^2 - (5,2 \text{ cm})^2} \approx 6,1 \text{ cm}$ oder $b = 8 \text{ cm} \cdot \cos(40,54^\circ) = 8 \text{ cm} \cdot \sin(49,46^\circ)$

b) $\alpha = \arcsin\left(\frac{2,8 \text{ cm}}{4,1 \text{ cm}}\right) \approx 43,07^\circ; \beta = \arccos\left(\frac{2,8 \text{ cm}}{4,1 \text{ cm}}\right) \approx 46,93^\circ$ (oder $\beta = 90^\circ - \alpha$)

$b = \sqrt{(4,1 \text{ cm})^2 - (2,8 \text{ cm})^2} \approx 3,0 \text{ cm}$ oder $b = 4,1 \text{ cm} \cdot \cos(43,07^\circ) = 4,1 \text{ cm} \cdot \sin(46,93^\circ)$

c) $\gamma = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

$b = \frac{3 \text{ cm}}{\sin(20^\circ)} \approx 8,8 \text{ cm}$

$c \approx \cos(20^\circ) \cdot 8,8 \text{ cm} \approx 8,2 \text{ cm}$

d) $\alpha = 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$

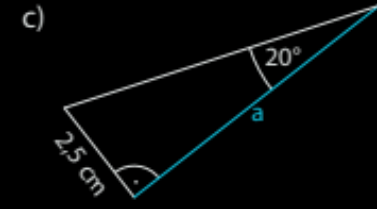
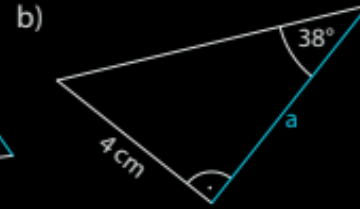
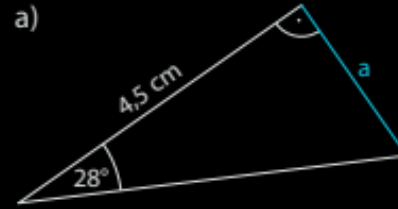
$c = \frac{4 \text{ cm}}{\sin(41^\circ)} \approx 5,3 \text{ cm}$

$b \approx 5,3 \text{ cm} \cdot \cos(41^\circ) \approx 3,5 \text{ cm}$

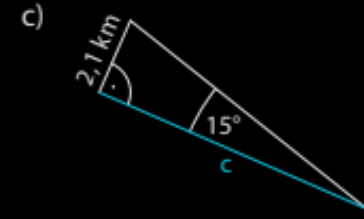
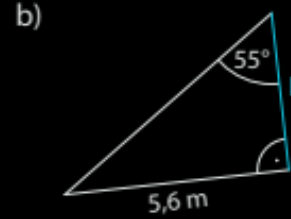
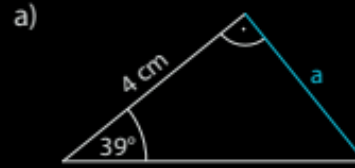


Fun89 - tan

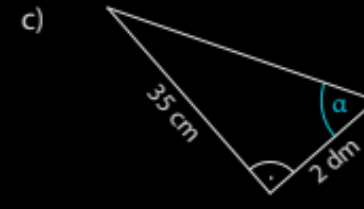
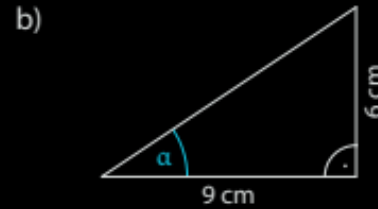
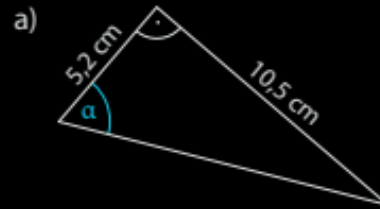
8. Berechne die Seitenlänge a.



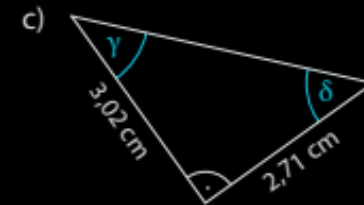
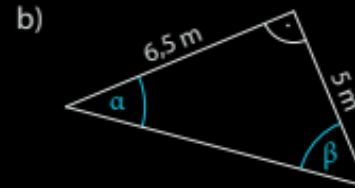
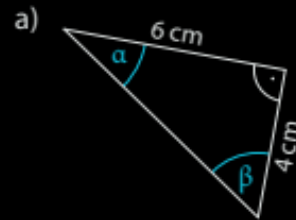
9. Berechne die farbig markierte Seitenlänge.



10. Berechne die Winkelgröße von α mithilfe des Tangens.



11. Berechne die farbig markierten Winkel.



12. Berechne im Dreieck ABC mit $\gamma = 90^\circ$ die fehlenden Seitenlängen und Winkelgrößen.

a) $c = 6 \text{ cm}$; $b = 2 \text{ cm}$

b) $a = 3 \text{ m}$; $b = 40 \text{ dm}$

c) $c = 5 \text{ km}$; $\beta = 15^\circ$

d) $\alpha = 32^\circ$; $\beta = 58^\circ$; $a = 20,5 \text{ cm}$

e) $c = \frac{2}{3} \text{ m}$; $\alpha = 2,9^\circ$

f) $c = 17 \text{ km}$; $a = 8 \text{ km}$; $b = 15 \text{ km}$



Fun89



Seite 89 | Aufgabe 8

a) $a = \tan(28^\circ) \cdot 4,5 \text{ cm} \approx 2,4 \text{ cm}$

b) $b = \frac{4 \text{ cm}}{\tan(38^\circ)} \approx 5,1 \text{ cm}$

c) $c = \frac{2,5 \text{ cm}}{\tan(20^\circ)} \approx 6,9 \text{ cm}$

Seite 89 | Aufgabe 9

a) $a = \tan(39^\circ) \cdot 4 \text{ cm} \approx 3,2 \text{ cm}$

b) $b = \frac{5,6 \text{ m}}{\tan(55^\circ)} \approx 3,9 \text{ m}$

c) $c = \frac{2,1 \text{ km}}{\tan(15^\circ)} \approx 7,8 \text{ km}$

Seite 89 | Aufgabe 10

a) $\alpha = \arctan\left(\frac{10,5 \text{ cm}}{5,2 \text{ cm}}\right) \approx 63,65^\circ$

b) $\alpha = \arctan\left(\frac{6 \text{ cm}}{9 \text{ cm}}\right) \approx 33,69^\circ$

c) $\alpha = \arctan\left(\frac{35 \text{ cm}}{20 \text{ cm}}\right) \approx 60,26^\circ$

Seite 89 | Aufgabe 11

a) $\alpha = \arctan\left(\frac{4 \text{ cm}}{6 \text{ cm}}\right) \approx 33,7^\circ$

b) $\alpha = \arctan\left(\frac{5 \text{ m}}{6,5 \text{ m}}\right) \approx 37,6^\circ$

c) $\gamma = \arctan\left(\frac{2,71 \text{ cm}}{3,02 \text{ cm}}\right) \approx 41,9^\circ$

$\beta = \arctan\left(\frac{6 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}\right) \approx 56,3^\circ$

$\beta = \arctan\left(\frac{6,5 \text{ m}}{5 \text{ m}}\right) \approx 52,4^\circ$

$\delta = \arctan\left(\frac{3,02 \text{ cm}}{2,71 \text{ cm}}\right) \approx 48,1^\circ$

Seite 89 | Aufgabe 12

a) $a = \sqrt{(6 \text{ cm})^2 - (2 \text{ cm})^2} = 4 \cdot \sqrt{2} \text{ cm}$

b) $c = \sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2} = 5 \text{ m}$

c) $b = 5 \text{ km} \cdot \sin(15^\circ) \approx 1,3 \text{ km}$

$\alpha = \arccos\left(\frac{2 \text{ cm}}{6 \text{ cm}}\right) \approx 70,53^\circ$

$\alpha = \arctan\left(\frac{3 \text{ m}}{4 \text{ m}}\right) \approx 36,87^\circ$

$a = 5 \text{ km} \cdot \cos(15^\circ) \approx 4,8 \text{ km}$

$\beta = \arcsin\left(\frac{2 \text{ cm}}{6 \text{ cm}}\right) \approx 19,47^\circ$

$\beta = \arctan\left(\frac{4 \text{ m}}{3 \text{ m}}\right) \approx 53,13^\circ$

$\alpha = 180^\circ - 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

d) $b = 20,5 \text{ cm} \cdot \tan(58^\circ) \approx 32,8 \text{ cm}$

e) $a = \frac{2}{3} \text{ m} \cdot \sin(2,9^\circ) \approx 0,03 \text{ m}$

f) $b = \sqrt{(17 \text{ km})^2 - (8 \text{ km})^2} = 15 \text{ km}$

$c = \frac{20,5 \text{ cm}}{\sin(32^\circ)} \approx 38,7 \text{ cm}$

$b = \frac{2}{3} \text{ m} \cdot \cos(2,9^\circ) \approx 0,67 \text{ m}$

$\alpha = \arcsin\left(\frac{8 \text{ km}}{17 \text{ km}}\right) \approx 28,07^\circ$

$\beta = 180^\circ - 90^\circ - 2,9^\circ = 87,1^\circ$

$\beta = \arccos\left(\frac{8 \text{ km}}{17 \text{ km}}\right) \approx 61,93^\circ$



Hausaufgabe

Fun86

- 19.** Ein Sendemast ist 150 m hoch.
- a) Er soll in 125 m Höhe durch 160 m lange Stahlseile gesichert werden. Berechne den Neigungswinkel, den die Seile mit der Erdoberfläche einschließen.
 - b) Berechne die Länge der Stahlseile, die mit der Erdoberfläche einen Winkel von 25° bilden und in einer Höhe von 60 m am Mast befestigt sind.

