

Mathematik Q2 Abels



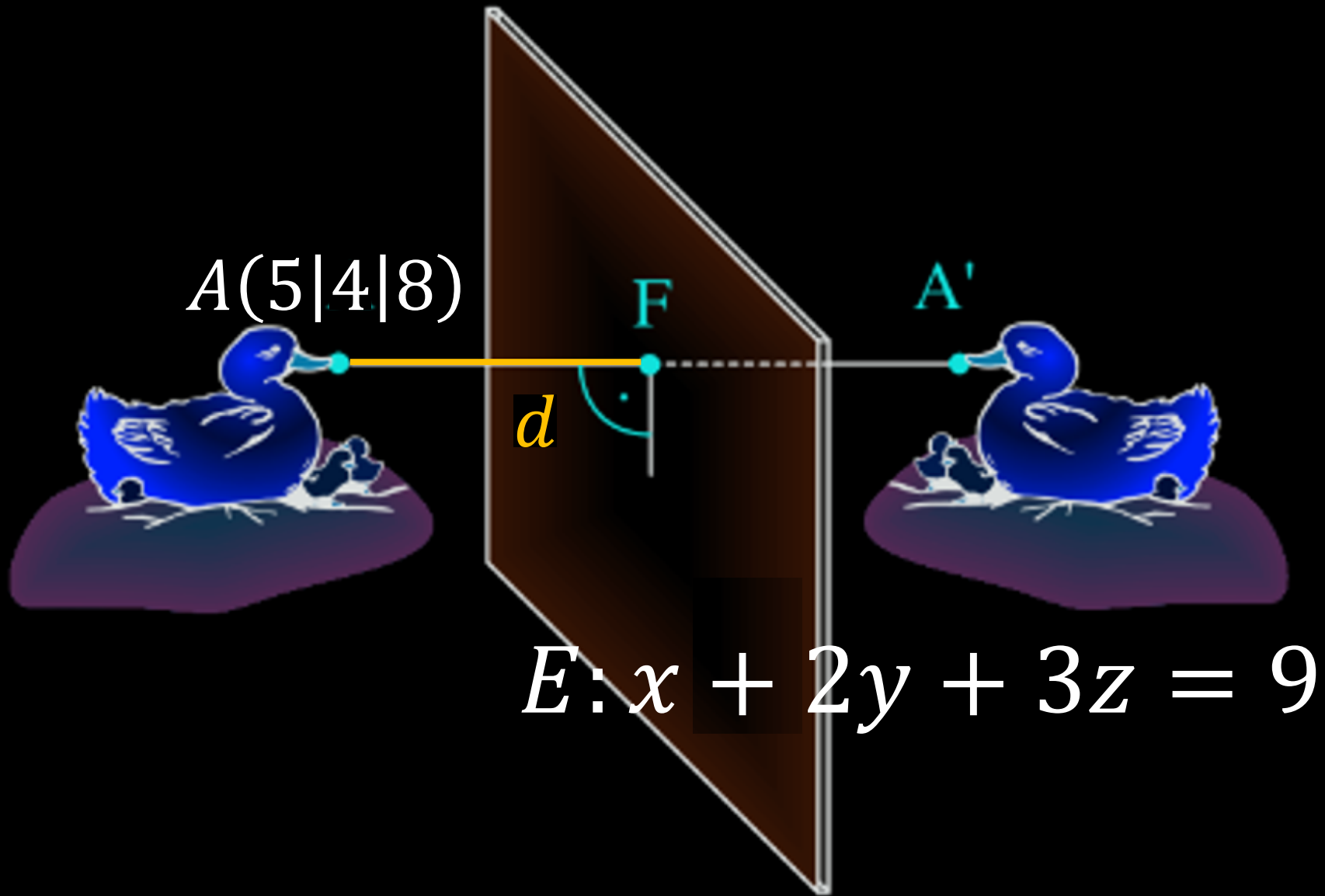


Kopfübung

- Abstandsformel zweier Vektoren:
- Schnittpunkt von Gerade und Ebene bestimmen:
- Volumenformel einer Pyramide:



Lotfußpunktverfahren



$$E: x + 2y + 3z = 9$$

Lotfußpunktverfahren



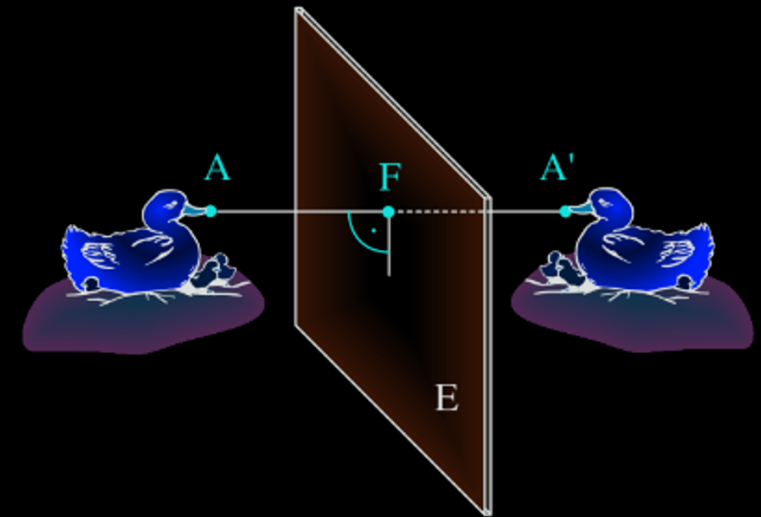
1. Lotgerade g von A senkrecht auf E aufstellen
2. Schnittpunkt F von g und E bestimmen

Abstand Punkt/Ebene

3. Abstand A und F bestimmen

Spiegelung Punkt an Ebene

3. Von A zweimal in Richtung F gehen



Lotfußpunktverfahren – Beispiel



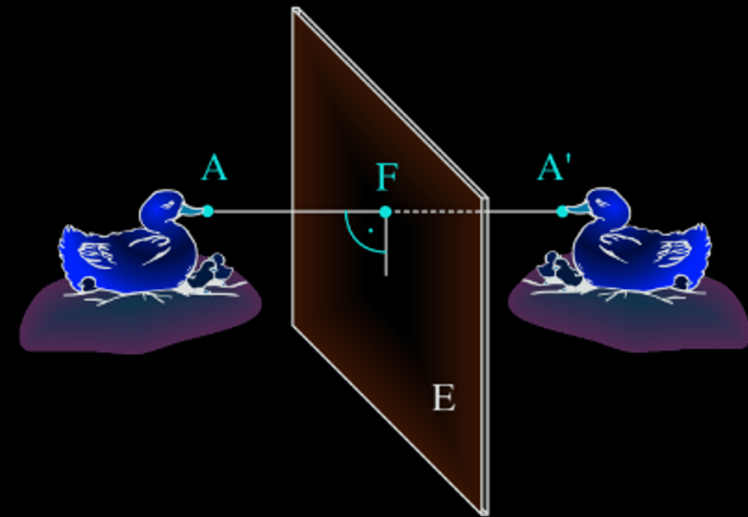
$$E: x + 2y + 3z = 9, A(5|4|8)$$

1. $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

2. $(5 + r) + 2(4 + 2r) + 3(8 + 3r) = 9 \Rightarrow r = -2 \Rightarrow F(3|0|2)$

Abstand Punkt/Ebene

3. $d = |\overline{AF}| = \sqrt{(5 - 3)^2 + (4 - 0)^2 + (8 - 2)^2} \approx 7,48$



Spiegelung Punkt an Ebene

3. $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OA} + 2 \cdot \overrightarrow{AF} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 3 - 5 \\ 0 - 4 \\ 2 - 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow A'(1|-4|-4)$



Spiegelung: Big241,242

Übung 8 Spiegelung eines Punktes

Gegeben sind die Ebene $E: 4x - y - z = 5$ sowie der Punkt $A(5|-5|1)$.

- Bestimmen Sie eine zu E orthogonale Gerade g , die den Punkt A enthält.
- Bestimmen Sie den Schnittpunkt F der Geraden g mit der Ebene E .
- A wird an der Ebene E gespiegelt. Wie lauten die Koordinaten des Spiegelpunktes A' ?

Übung 9 Bestimmung der Spiegelebene

Der Punkt $A(1|5|4)$ wurde durch Spiegelung an einer Ebene E auf den Punkt $A'(3|2|1)$ abgebildet. Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E .

13. Spiegelung eines Punktes

Gegeben sind die Punkte $A(12|-3|-3)$, $B(9|9|0)$ und $C(9|0|9)$.

- Stellen Sie eine Parametergleichung, eine Normalengleichung und eine Koordinatengleichung der Ebene E durch die Punkte A , B und C auf.
- Prüfen Sie, ob $P(8|7|7)$ in E liegt.
- Berechnen Sie den Schnittpunkt der Ebene E mit der orthogonalen Geraden g durch den Punkt $Q(16|17|11)$.
- Der Punkt Q wird an der Ebene E gespiegelt. Ermitteln Sie den Spiegelpunkt Q' .



Big241,242



8. a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- b) $g: \vec{x} = \left[\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = 19 + 18r = 0 \Rightarrow r = -\frac{19}{18} \Rightarrow F\left(\frac{14}{18} \mid -\frac{71}{18} \mid \frac{37}{18}\right)$
- c) $\vec{OA}' = \vec{OA} + 2\vec{AF} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -76/18 \\ 19/18 \\ 19/18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -31/9 \\ -26/9 \\ 28/9 \end{pmatrix} \Rightarrow A'(-\frac{31}{9} \mid -\frac{26}{9} \mid \frac{28}{9})$
9. Der Mittelpunkt M der Strecke $\overline{AA'}$ ist Ebenenpunkt, \vec{AA}' ist ein Normalenvektor von E.
 $M(2 \mid 3,5 \mid 2,5)$, $\vec{AA}' = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}$, $E: [\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 3,5 \\ 2,5 \end{pmatrix}] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} = 0$
13. a) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 12 \end{pmatrix}$, $(\vec{x} - \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}) \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$, $5x + y + z = 54$
- b) $5 \cdot 8 + 7 + 7 = 54$, $P \in E$
- c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 16 \\ 17 \\ 11 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in E: $r = -2$, $S(6 \mid 15 \mid 9)$
- d) Spiegelpunkt für $r = -4$: $Q'(-4 \mid 13 \mid 7)$





Abstand: Big247

Übung 1

Bestimmen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E .

a) $E: 4x - 4y + 2z = 16$, $P(5|-5|6)$

b) $E: -4x + 5y + z = 10$, $P(-3|7|5)$





Big247



1. a) 1. Lotgerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ 2. Schnittpunkt von g und $E: F(1|-1|4)$ ($r = -1$)

3. Abstand von P und $F: d = \sqrt{16 + 16 + 4} = 6$

b) 1. Lotgerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ 2. Schnittpunkt von g und $E: F(1|2|4)$ ($r = -1$)

3. Abstand von P und $F: d = \sqrt{16 + 25 + 1} \approx 6,48$





Big249

Übung 2

Von einem Würfel mit der Seitenlänge von 4 m wurde eine Ecke wie dargestellt abgeschnitten.

- Welche Höhe hat die Pyramide über der Schnittfläche?
- Wie groß ist das Restvolumen des Würfels?
- In welchem Punkt schneidet die Würfel-diagonale das blaue Dreieck?

